

流れの数値シミュレーション

工学部機械システム工学科流体力学 木綿 隆弘

1. はじめに

近年、電子計算機の驚異的な性能の向上、記憶容量の大規模化、普及は目ざましく、流れのシミュレーション技術は飛躍的に進歩し、数値計算のスキーム、アルゴリズム、グラフィックスの手法などのソフト面の急速な進展がみられる。その結果、流れの様々な問題に対して、基礎式を数値的に解き、流れのいろいろな現象について、未だ限られた範囲であるが、数値シミュレーションによって、物理的にも、工学的にも有意義な研究成果も多く得られている。その中には、詳細な特性量を実験で得られるよりも容易に、また、実験だけでは測定し難い物理量も比較的容易に計算される場合も多い。本研究室で最近行った流れの数値シミュレーションについて、数例を紹介する。

2. どういう数値シミュレーションをしているか

計算は、主に情報処理センターのM760 と本研究室のワークステーションS-4/110を使用し、差分法、有限体積法、有限要素法、離散渦点法などの方法を用い非定常の2次元または軸対称の流れの数値シミュレーションを行っている。

例えば、

- ・角柱まわりの流れのシミュレーション
- ・急拡大管内の流れのシミュレーション
- ・レシプロエンジン内の流れのシミュレーション
- ・電磁比例弁内の流れのシミュレーション
- ・山越えの風の流れのシミュレーション

出力図形として、

- ・流線分布、圧力分布、速度ベクトルなど-----

流れの場を支配する基礎方程式は、非定常非圧縮2次元の場合には、連続の式

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

と、運動量の式であるナビエ・ストークスの式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2)$$

ここで \mathbf{v} : 速度ベクトル (2次元の場合 (u, v))

p : 圧力

ρ : 流体の密度

ν : 流体の動粘性係数

である。

未知数 u, v, p の3つに対し、この式(1)(2)を解いてやれば、任意の時間、任意の点における速度、圧力の分布がわかることになる。しかし、この方程式を解くにあたり、様々な離散化方法、スキーム、アルゴリズムがあり、現在でも研究改良が積み重ねられている。なお、数値解法について具体的に知りたい人は、文献⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾を参照されたい。

3. 計算速度と精度の比較

2次元正方領域内の非定常熱伝導問題についてワークステーションS-4/110, S-4/260 (富士通), NWS-831, NWS-1750 (SONY) と情報処理センター M760 の計算速度を比較して結果を表1に示す。S-4/110, S-4/260, NWS-1750 はほぼ MIPS値と対応している。しかし、NWS-831 はかなり遅いが、M760 はかなり速く、S-4/110 の計算速度の約6.5 倍速いことがわかった。また、計算の精度は M760 とS-4/110 では、倍精度で計算して7桁目が1, 2 違うだけであった。

表 1 計算速度

	S-4/110	S-4/260	NWS-831	NWS-1750	M760/10
MIPS値	7MIPS	10MIPS	2.3MIPS	4.3MIPS	10MIPS
オフトマイズ	29.2秒	21.8秒	——	——	4.52秒
オフトなし	38.0秒	27.3秒	180秒	約60秒	——

4. 図形処理について

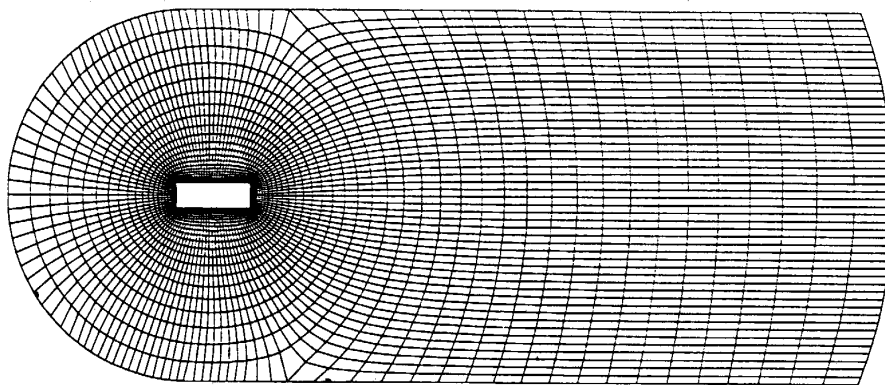
本研究室のワークステーションでは2次元グラフィックソフトGKS⁽⁵⁾ (Graphical Kernel System) とPostScript対応のレーザープリンタを使って、図形出力を行っている。GKS は国際規格までには至らないが、1982 年に国際標準化機構 (ISO) によって、国際規格案 (DIS) としてが採用されることになったグラフィックスの規格である。PostScript 言語⁽⁶⁾⁽⁷⁾ は、グラフィック能力を持った簡明なインタープリタ型のプログラム言語である。また、M760 では主にGRACEを使用している。GKS もGRACE と同様に、プログラミング言語とは独立して定義され、サブルーチン化している。ワークステーションでは、図形はFORTRANでGKS を使用してプログラムを製作し (C言語でも可)、実行後、ディスプレイに表示し同時にPostScript言語で書かれた図形プログラムを作る。そして、PostScript言語のプログラムをlpr コマンドによりレーザープリンタで鮮明な図形を出力する。

5. 流れのシミュレーション結果

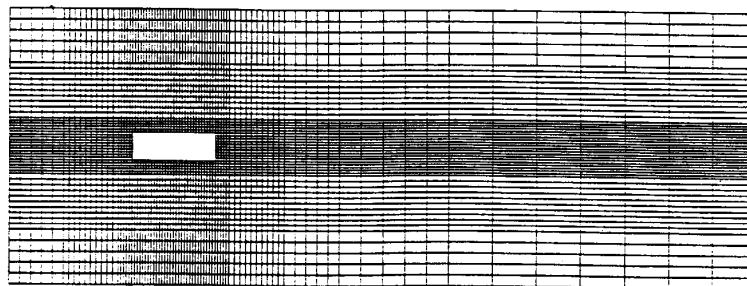
(1) 差分法の例 (角柱まわり、電磁比例弁内の流れ)

差分法は流れ場を正方形や長方形などの形状の細かい格子に分割し、ナビエ・ストークスの式をいろいろな差分スキームを用いて差分方程式に置き換え、近似解を求めるものである。基礎式の差分近似を得る方法として、テイラー級数展開による方法と有限体積法による差分近似法がある。物体壁面近傍などの計算精度を上げるために、物体境界にうまく適合する座標系を用いた格子生成を行う。格子生成には、等角写像による方法、偏微分方程式を数値的に解く方法、代数式で分割する方法などがある。特に、複雑な形状の場合、任意形状の物体に適した一般曲線座標を用いると便利である。図1に偏微分方程式を用いて生成された角柱まわりの格子分割図と代数的に生成された直交格子分割図を示す。一般曲線座標系でナビエ・ストークスの式を離散化した場合には式が複雑になるが任意物体に適応できるという利点がある。図2に計算結果の一例としてレイノルズ数 ($Re=uH/\nu$: H は角柱の流れに垂直方向の辺高さ) 250 で角柱断面の辺長比 (B/H : B は角柱の流れ方向辺長さ) が2の角柱まわりの流れを示す。また、水でアルミ粉末により流れを可視化した場合について比較のために示す。

次に、一般曲線座標系で計算を行った例として、複雑な流路形状を有する電磁比例弁内の格子分割図と流線と圧力分布を図3に示す。実際、電磁比例弁内は高圧で数10気圧あり、流速分布や圧力分布を正確に測定することは難しい。

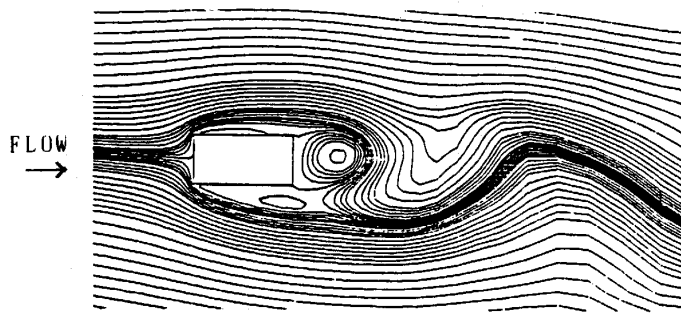


(a) 一般曲線座標格子

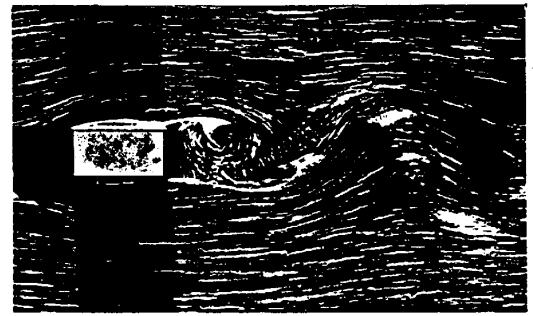


(b) 直交格子

図1 角柱まわりの格子分割図



(a) 流線分布



(b) アルミ粉末法による可視化写真

図2 角柱まわりの流れ（差分法， $B/H=2$ ， $Re=250$ ）

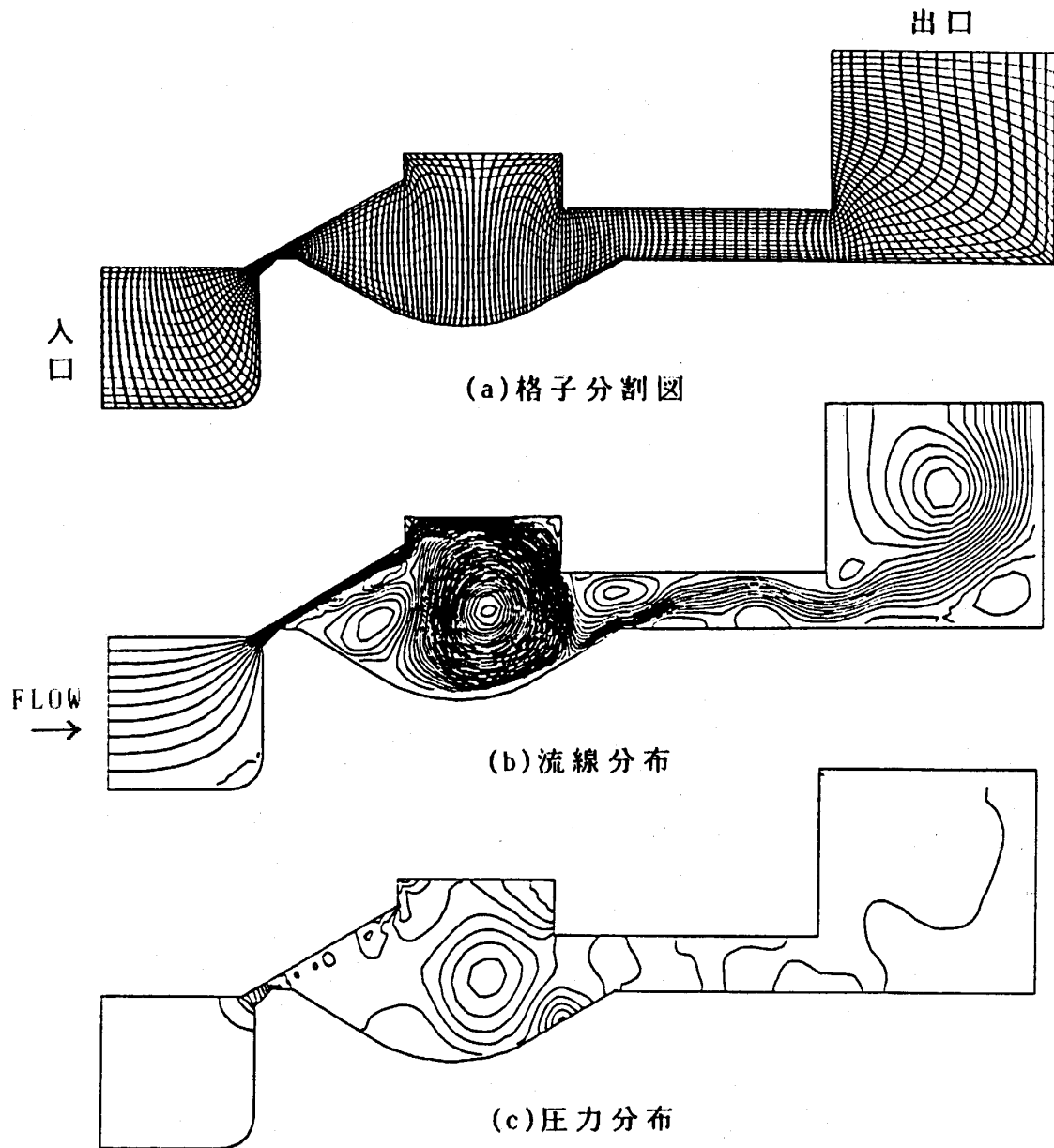


図3 電磁比例弁内の流れ（有限体積法）

(2) 有限要素法の例 (流路内の角柱まわりの流れ)

有限要素法は、重み付き残差法の一つであり、対象とする支配方程式が非線形の場合、ガラーキン法が用いられる。そこで、基礎式である連続の式(1)、ナビエ・ストークスの式(2)を空間に対して、ガラーキン有限要素法を適用して離散化する。図4に2平行平板流路内に正方形断面の障害物がある場合の流れを示す。物体前面と後面に渦形成がみられ、流路上部壁に剥離渦がみられる。

(3) 離散渦点法の例 (角柱まわりの流れ)

高レイノルズ数流れにおいて、粘性の影響は極めて狭い領域あるいは薄い境界層のみに限定され、その他の大部分の領域では渦なし非粘性流れと見なされる。また、渦は粘性の作用するごく限られた領域で発生し、一度発生した渦は減衰するが、なかなか消滅しない。そこで離散渦点法は、剥離せん断層を多数の渦糸の集団に置き換え、渦糸間の運動学的な相互作用で起こる渦糸の運動を追跡することによって、剥離せん断層の時間的变化を調べようとする計算方法である。

図5に迎え角 $\alpha = 1^\circ$ の断面辺長比 $B/H = 1$ 、4の角柱まわりの流れの流線、渦分布と抗力係数 CD を示す。 $B/H = 1$ 角柱では後流に強い渦塊が放出され、抗力係数 CD は大きな値2.8で、実験値2.9と良く一致している。レイノルズ数が299であるが、比較のために電解沈澱法により可視化した写真を示す。

(4) 圧縮性流れの例 (レシプロエンジン内の流れ)

圧縮性がある場合、密度と温度が変化するため、基礎式にエネルギー式と状態方程式の2式を加えて解かなければならない。また、エンジン内などのように計算領域が時間毎に変化する場合、その都度格子分割を行う。図6に各クランク角度 θ におけるピストン下降時(吸気時)のエンジン内の速度ベクトルを示す。

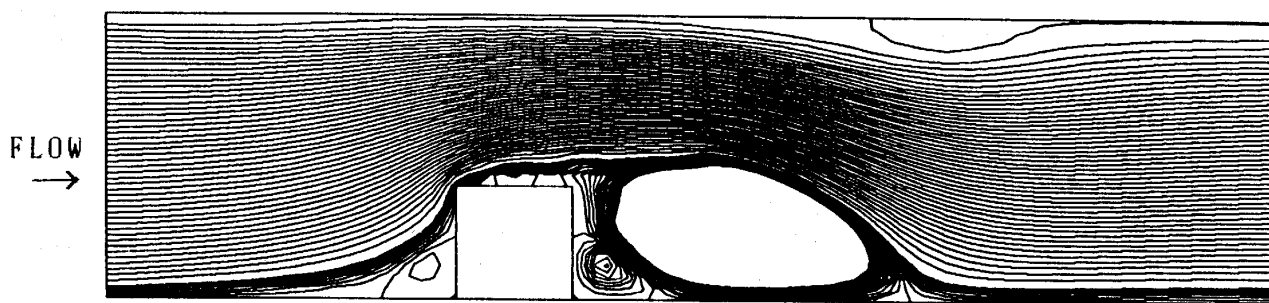
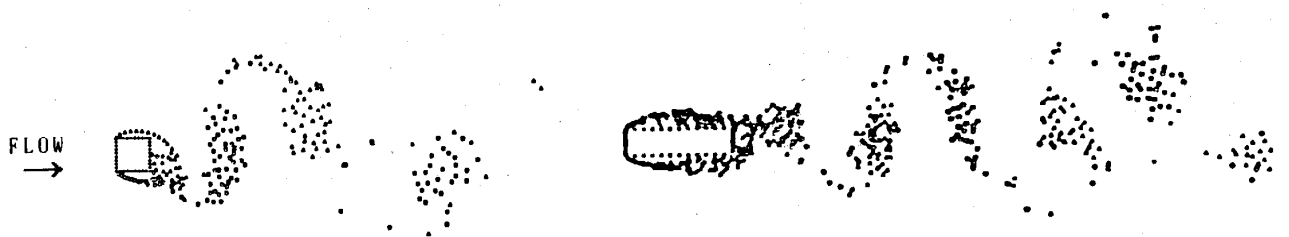
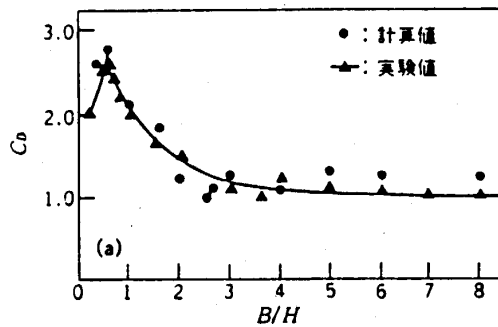


図4 流路内の角柱まわりの流れ (有限要素法, 流線分布)



(a) $B/H=1$ の渦分布

(b) $B/H=4$ の渦分布



(c) 抗力係数 C_D



(d) 電解沈澱法による可視化写真
($B/H=4$, $Re=299$)

図5 角柱まわりの流れ（離散渦点法）

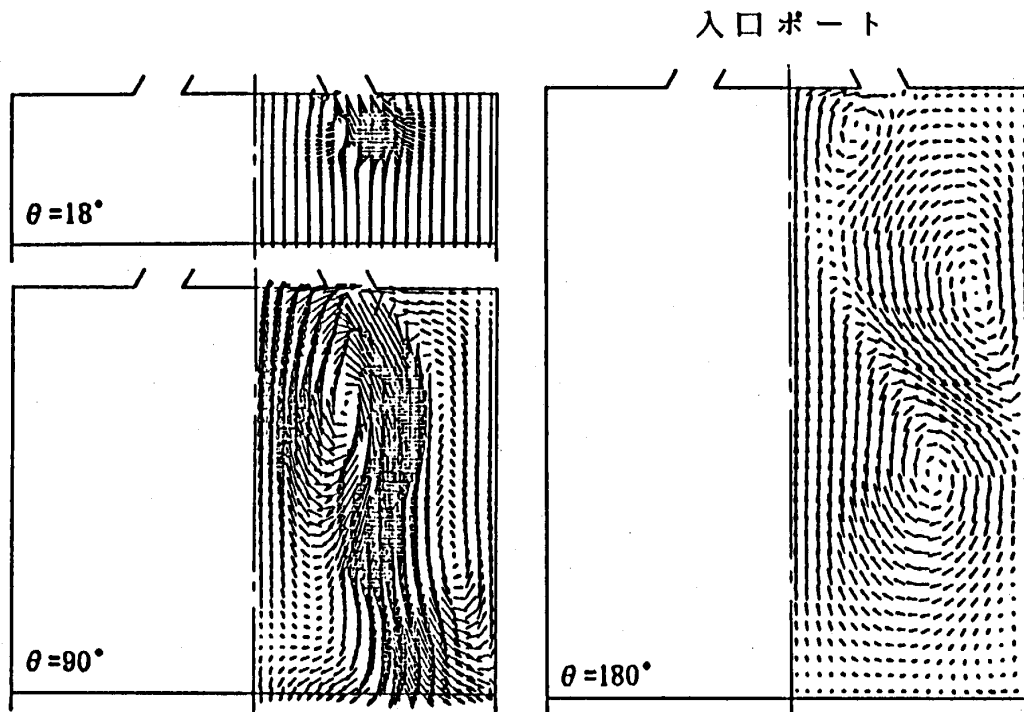
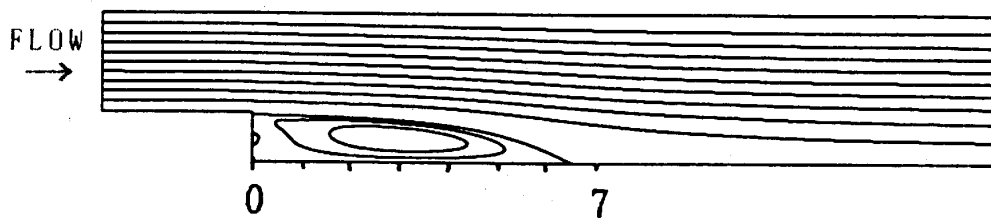


図6 エンジン内の流れ（速度ベクトル）

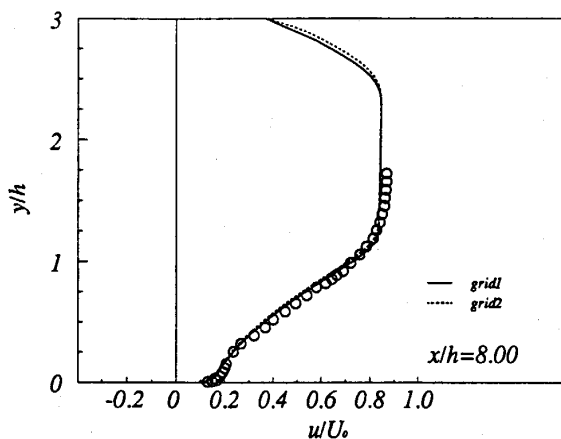
(5) 乱流流れの例 (急拡大管内の流れ)

乱流流れの計算においては、現在、アンサンブル平均された微分方程式 (レイノルズ方程式)、乱れの輸送方程式を用いる時間平均操作型モデル、LSE と呼ばれる格子平均モデル (Large Eddy Simulation) 法などが用いられている。流速が速い乱流領域においては、乱れにより流体の粘性は見かけより大きくなる。このように乱流渦粘性の概念に基づいてモデル化された乱れの輸送方程式を用いる方法が広く使われており、モデルとして例えば、乱流エネルギー k とエネルギー散逸率 ε を用いた $k-\varepsilon$ の2方程式モデルがある。

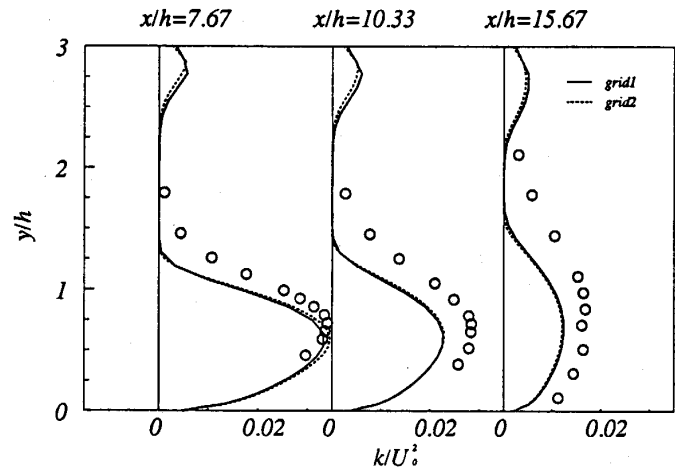
この $k-\varepsilon$ 2 方程式モデルにより急拡大管内の流れをシミュレートした流線、時間平均速度分布、乱流エネルギー分布を図7に示す。Kim による実験点を示すが、平均速度分布は良く一致しているが、乱れの方は定性的に一致している。



(a) 流線分布



(b) 平均速度分布



(c) 乱流エネルギー分布

図7 急拡大管内の流れ ($Re=4.6 \times 10^4$)

(6) 3次元流れの例 (山越えの風の流れ)

最後に、3次元流れの例としてポテンシャル流れであるが山越えの流れを図8に示す。図はある高さから離された粒子の軌跡を示したものである。

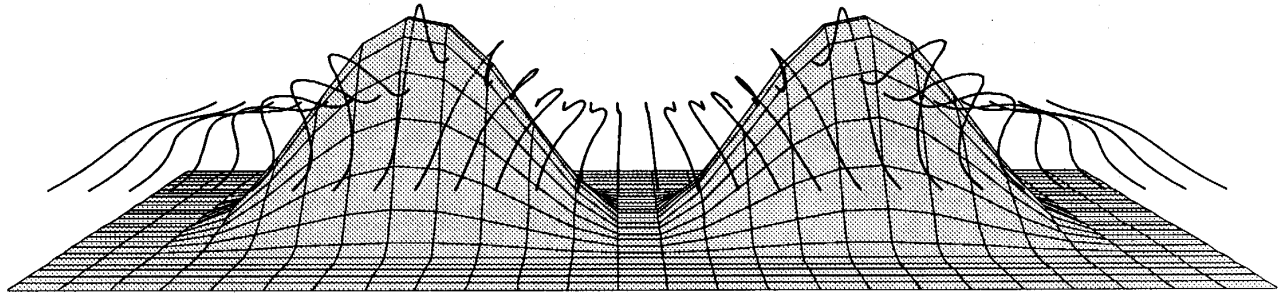


図8 山越えの風の流れ (流跡線)

参考文献

- (1) 岡島：耐風工学における数値風洞についての現状と展望， 橋梁と基礎，89-8, PP. 94-102 (1989)
- (2) 日本機械学会編：流れの数値シミュレーション， コロナ社 (1988)
- (3) 日本流体力学会編：流体力学ハンドブック， 丸善 (1987)
- (4) Roache, P. J. : Computational Fluid Dynamics, Hermosa Publishers Inc. (1976); 高橋他訳：コンピュータによる流体力学 (上・下)， 構造計画研究所 (1978)
- (5) Hopgood, F. R. A. : コンピュータ・グラフィックス基本ソフトウェア・GKS， 啓学出版 (1986)
- (6) Adobe Systems : PostScriptリファレンス・マニュアル， アスキー出版 (1988)
- (7) Holzgang, D. A. : ポストスクリプト入門， パーソナルメディア (1988)